Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa Locală - Maramureş

Varianta II - Barem de corectare

Clasa a V-a

1.Se dau numerele :

$x = \left[2^{30^2} \cdot (2^6)^{100} \cdot 2 + (32^4)^{100} : 2^{500}\right]^2 + 2^{3004}$
$y = 5 \cdot (3^{2002} - 3^{2001} - 9^{1000})$

Se cere:

a) Să se arate că x și y sunt pătrate perfecte.
b) Să se arate că x este divizibil cu 10.
c) Să se compare numerele x și y.

a) $x = (5 \cdot 2^{1500})^2$ (2p)

$y = (5 \cdot 3^{1000})^2$ (2p)

b) $y = 2 \cdot 2^{2999} \cdot 5 \cdot 5 = 10 \cdot 2^{2999} \cdot 5$ (1p)

c) $x = (5 \cdot (2^3)^{500})^2$
$y = (5 \cdot (3^2)^{500})^2$ (1p)
$(2^3)^{500} < (3^2)^{500} \Longrightarrow$ x<y (1p)

2 . Aflați numărul natural $\overline{aa}$ pentru care:

$$2 \cdot \overline{aa}^2 + 2 \cdot a^3 + 2 \cdot a^2 - a = 2 \cdot 2014$$

$a \in \{2,4,6,8\}$ (2p)

a nu poate fi 6 deoareace 2014 nu se divide cu 3 (1p)

a nu poate fi 8 pentru că 2014 nu se divide cu 4 (1p)

a=2
$2 \cdot \overline{22}^2 + 2 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 2 = 990$ nu convine (1p)

a=4

$\overline{44}^2 + 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 - 2 = 2 \cdot 2014$ (1p)

$\overline{aa} = 44$ (1p)

3. Un elev trebuie să rezolve 24 de probleme în patru zile. În fiecare zi el rezolvă mai multe probleme decât în ziua precedentă. În ziua a patra rezolvă de cinci ori mai multe probleme decât in prima zi. Care este numărul maxim de probleme pe care le poate rezolva în a treia zi?

Notăm cu x prima zi $\Longrightarrow$a cincea zi 5x pagini in ziua a doua x+m ,iar ziua a treia x+n $\Longrightarrow$
$n > m > 1$ și 5x$> x + n$ și 4x$> n$ (2p)
Avem $x + x + m + x + n + 5x = 24 \Longrightarrow 8x + m + n = 24$ deci $x < 3$ (2p)
Pentru $x = 1$ ziua cincea sunt 5 probleme și putem avea $1 + 2 + 3 + 5,1 + 3 + 4 + 5,1 + 2 + 4 + 5$ deci nu se pot realiza 24 de pagini (1p)
Pentru $x = 2$ ziua cincea sunt 10 probleme deci 2+3+9+10 (1p)
Deci in ziua a treia se pot rezolva maxim 9 probleme (2p)